Géométrie dans l'espace

Fiche de TD n°1

Exercice 1 Soient $ABCO$, $A'B'C'O$ et $A''B''C''O$ trois carrés de sens direct. On suppose que les points A, A' et A'' sont alignés sur une droite (Δ) et que le sommet commun O n'est pas sur (Δ).

1. Démontrer l'alignement des points C, C' et C''.

2. Démontrer l'alignement des points B, B' et B''.

Exercice 2 Soit ABCD un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$ de mesures différentes.

1. Démontrer qu'il existe deux homothéties transformant $[AB]$ en $[CD]$. (Quelle relation y a-t-il entre les rapports de ces deux homothéties ?)

2. Les droites (AD) et (BC) se coupent au point E et les droites (AC) et (BD) se coupent au point F. En notant par I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CD]$, montrer que les 4 points E, F, I et J sont alignés.

Exercice 3 Dans un plan orienté, on considère deux cercles $\mathcal{C}(0, R)$ et $\mathcal{C}'(0', 2R)$ dont la distance entre les deux centres vérifie $OO' > 3R$.

Montrer qu'il existe au moins une homothétie transformant $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$ dont on précisera le centre et le rapport.

Exercice 4 On considère un carré de sens direct $ABCD$ et de centre O. Soient les deux points E et F respectivement interieur et exterieur au carré $ABCD$, tels que les triangles BCE et DCF sont équilatéraux de sens direct. On considère le point H tel que AHC soit équilatéral de sens direct.

1. Vérifier que les points H, B et D sont alignés.

2. Montrer que les trois points A, E et F sont également alignés. (propriétés des transformations usuelles)

3. Montrer que $AC = EF$.

4. Soit G le point d'intersection de (EF) et (OD). Calculer l'angle $(\overrightarrow{GE}, \overrightarrow{GO})$.

Exercice 5 Soit ABC un triangle direct quelconque, Γ son cercle circonscrit et O le centre de Γ. Soit I le milieu de $[BC]$ et D le point de Γ diamétralement opposé à A. On considère les deux points B' et C' tels que B et C soient milieux respectifs de $[AB']$ et $[AC']$. Le point D se projette orthogonalement en K sur $[B'C']$. Soit Γ' l'image du cercle Γ par l'homothétie h de centre A et de rapport 2.

1. Déterminer le centre de Γ'.

2. Montrer que (DK) est médiatrice de $[B'C']$.

3. Déterminer l'image $h(I)$ et en déduire que les points A, I et K sont alignés.

Rappel : le centre du cercle circonscrit à un triangle est l'intersection des trois médiatrices. Ce cercle passe par les sommets du triangle.

Exercice 6 On considère la figure F (Figure 6). Dessiner successivement et avec précision :

1. La figure F_1 obtenue par l'homothétie de centre Ω et de rapport $k = 3$ de la figure F ;

2. L'image de la figure F_1 par la symétrie d'axe la droite Δ.

Exercice 7 On considère la figure F donnée (Figure 7), composée d'un disque et d'un triangle ABC rectangle en A.

1. Expliquer comment trouver graphiquement le centre du cercle de la figure F.

2. Dessiner successivement et avec précision :

a) La figure F_1 obtenue par translation de vecteur u (donné), de la figure F.

b) L'image de F_1 par la rotation de centre Ω (donné) et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.