Ecole Nationale d'Architecture de Fès — Année Universitaire 2019–2020

1ère année – Semestre 2 — Enseignant : K. Benmlih

---

**Géométrie dans l'espace**

*Fiche de TD n°1*

---

**Exercice 1** Sur les trois côtés d'un triangle $ABC$, et à l'exterieur de celui-ci, on construit trois triangles équilatéraux $BCA'$, $CAB'$ et $ABC'$. Démontrer que $AA' = BB' = CC'$.

**Exercice 2** Soient $A$, $A'$, $A''$ trois points alignés du plan et $C$ un point à l'extérieur de la droite $(AA'')$.

**1**. Tracer 3 triangles directs $ABC$, $A'B'C$ et $A''B''C$ isocèles et rectangles en $A$, $A'$ et $A''$ respectivement.

**2**. Tracer les trois points $I$, $I'$, $I''$ du plan tels que : $\overrightarrow{CI} = \dfrac{\overrightarrow{CB}}{\sqrt{2}}$, $\overrightarrow{CI'} = \dfrac{\overrightarrow{CB'}}{\sqrt{2}}$ et $\overrightarrow{CI''} = \dfrac{\overrightarrow{CB''}}{\sqrt{2}}$. Justifier.

**3**. Calculer l'angle $(\overrightarrow{II'}, \overrightarrow{AA'})$. Justifier votre réponse.

**4**. Par les transformations usuelles du plan, démontrer que les trois points $B$, $B'$ et $B''$ sont alignés.

**Exercice 3** Dans un plan orienté, on considère deux cercles $\mathcal{C}(0, R)$ et $\mathcal{C}'(0', 2R)$ dont la distance entre les deux centres vérifie $OO' > 3R$.

Montrer qu'il existe au moins une homothétie transformant $\mathcal{C}$ en $\mathcal{C}'$ dont on précisera le centre et le rapport.

**Exercice 4** On considère un carré de sens direct $ABCD$ et de centre $O$. Soient les deux points $E$ et $F$ respectivement interieur et exterieur au carré $ABCD$, tels que les triangles $BCE$ et $DCF$ sont équilatéraux de sens direct. On considère le point $H$ tel que $AHC$ soit équilatéral de sens direct.

**1**. Vérifier que les points $H$, $B$ et $D$ sont alignés.

**2**. Montrer que les trois points $A$, $E$ et $F$ sont également alignés. (propriétés des transformations usuelles)

**3**. Montrer que $AC = EF$.

**4**. Soit $G$ le point d'intersection de $(EF)$ et $(OD)$. Calculer l'angle $(\overrightarrow{GE}, \overrightarrow{GO})$.

**Exercice 5** Soit $ABC$ un triangle direct quelconque, $\Gamma$ son cercle circonscrit et $O$ le centre de $\Gamma$. Soit $I$ le milieu de $[BC]$ et D le point de $\Gamma$ diamétralement opposé à A. On considère les deux points $B'$ et $C'$ tels que $B$ et $C$ soient milieux respectifs de $[AB']$ et $[AC']$. Le point $D$ se projette orthogonalement en K sur $[B'C']$. Soit $\Gamma'$ l'image du cercle $\Gamma$ par l'homothétie $h$ de centre $A$ et de rapport 2.

**1**. Déterminer le centre de $\Gamma'$.

**2**. Montrer que $(DK)$ est médiatrice de $[B'C']$.

**3**. Déterminer l'image $h(I)$ et en déduire que les points $A$, $I$ et $K$ sont alignés.

*Rappel : le centre du cercle circonscrit à un triangle est l'intersection des trois médiatrices. Ce cercle passe par les sommets du triangle.*